12 July 2006

السؤال الاول :

ليكن ABC مثلثا , و النقطه I مركز الدائره الداخليه (تقاطع منصفات الزوايا) في المثلث . اذا كانت P نقطه داخل المثلث بحيث تحقق المساواة

$$\angle PBA + \angle PCA = \angle PBC + \angle PCB$$

برهن أن $AP \geq AI$, و المساواة ($AP = AI$) تتحقق اذا و اذا فقط $P = I$.

السؤال الثاني :

ليكن P مضلع منتظم ذو 2006 ضلع . يسمى قطر المضلع P جيد اذا جزأت نقطتا نهايتيه المضلع P الى جزئين يحتوي كل جزء عدد فردي من اضلاع P . أعتبر اضلاع المضلع P جيده .
نفرض أن المضلع P قسم الى مثلثات بواسطة 2003 قطرا , لا يتقاطع أي قطرين منهما داخل المضلع P . أوجد اكبرعدد ممكن من المثلثات المتطابقة الضلعين التي تملك ضلعين جيده من اضلاع المضلع الناتجه بواسطة هذا النظام.

السؤال الثالث :

أوجد اصغر عدد حقيقي M يحقق المتباينه

$$\left| ab(a^2-b^2)+bc(b^2-c^2)+ca(c^2-a^2) \right| \leq M(a^2+b^2+c^2)^2$$

لكل الاعداد الحقيقية a , b و c .

الوقت المتاح للأجابة : أربع ساعات و نصف الساعة
لكل مسأله 7 درجات فقط.