12 ივნისი 2006 წელი

ამოცანა 1. ვიქცა I არის ABC სამკუთხედში ჩახაზული წრეწირის ცენტრი. ამ სამკუთხედის შიგნით აღებულია P წერტილი ისე, რომ

$$\angle PBA + \angle PCA = \angle PBC + \angle PCB.$$

დაამტკიცე, რომ $AP \geq AI$ და ტოლობა ადგილი აქვს მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როცა P ემთხვევა I-ს.

ამოცანა 2. ვიქცა P არის წესიერი 2006-კუთხედი. P-ს დიაგონალს ვუწოდებთ კარგს, თუ მისი ბოლოები P-ს საზღვარს ყოფს ორ ნაწილად, რომელთაგან ანამედი შეიცავს კენტი რაოდენობის გვერდითისაგან. P-ს გვერდებს ასევე ვუწოდებთ კარგს.

ვიქცა P დაყოფილია სამკუთხედებად 2003 ღერძობის დიაგონალებით, რომელთაგან არცერთ მის არა აქვს საერთო წერტილი P-ს შიგნით. იპოვე, მცირე წესია დაყოფებისთვის, რამდენად კარგი რაოდენობა ამნაირი იქ ცოცხრო სამკუთხედის, რომელთაც აქვა ორი კარგი გვერდი.

ამოცანა 3. იპოვე უმცირესი ნამდვილი რიცხვი M, რომლისთვისაც უსოცანა

$$\left| ab(a^2 - b^2) + bc(b^2 - c^2) + ca(c^2 - a^2) \right| \leq M(a^2 + b^2 + c^2)^2$$

სრულდება ყველა a, b და c ნამდვილი რიცხვისთვის.

მუშაობის დრო 4 სა. და 30 წა.
ანამედი ამოცანა ფასდება 7 ქულა.