47th INTERNATIONAL MATHEMATICAL OLYMPIAD SLOVENIA 2006

day: **1**

language: **Japanese**

2006 年 7 月 12 日

問題 1.　三角形 ABC の内心を I とする．点 P がこの三角形の内部にあって，等式

$$\angle PBA + \angle PCA = \angle PBC + \angle PCB$$

をみたすとき， $AP \geqq AI$ を示せ．

　また，この不等式において等号が成立するための必要十分条件は $P = I$ であることを示せ．

問題 2.　正 2006 角形 P がある．P の対角線で次の条件をみたすものを**奇線**とよぶことにする：対角線の両端点で P の周を 2 つの部分に分けたとき，各部分は奇数個の辺を含む．

　また，P の各辺も**奇線**とよぶ．

　P を，端点以外では共通点をもたない 2003 本の対角線で三角形に分割するとき，2 辺が奇線であるような二等辺三角形の個数のとりうる最大値を求めよ．

問題 3.　任意の実数 a, b, c に対して不等式

$$\left| ab(a^2-b^2) + bc(b^2-c^2) + ca(c^2-a^2) \right| \leqq M\left(a^2+b^2+c^2\right)^2$$

が成り立つような最小の実数 M を求めよ．

試験時間：4 時間 30 分

各問 7 点