2006 m. liepos 12 d.

1 uždavinys. Trikampio ABC įbrėžtinio apskritimo centras yra I. Trikampio viduje paimtas toks taškas P, kad $\angle PBA + \angle PCA = \angle PBC + \angle PCB$. Įrodykite, kad $AP \geq AI$, ir lygybė teisinga tada ir tik tada, kai $P = I$.

2 uždavinys. Taisyklingojo 2006-kampio P įstrižainę vadiname *gera*, jeigu jos galiniai taškai dalija daugiakampio kontūrą į dvi dalis, kurių kiekvieną sudaro nelyginis kraštinių skaičius. Daugiakampio P kraštines taip pat vadiname *geromis*. Tarkime, kad P suskaidytas į trikampius 2003 įstrižainėmis, kurių jokios dvi neturi bendrų taškų P viduje. Raskite, kiek daugiausia tame skaidinyje gali būti lygiašonių trikampių, turinčių dvi geras kraštines.

3 uždavinys. Raskite mažiausią realųjį skaičių M tokį, kad nelygybė

$$\left|ab(a^2-b^2)+bc(b^2-c^2)+ca(c^2-a^2)\right| \leq M(a^2+b^2+c^2)^2$$

būtų teisinga su visais realiaisiais skaičiais a, b ir c.

Skirtas laikas 4 h 30 min

Kiekvienas uždavinys vertinamas 7 taškais