



12 Julai 2006

Masalah 1. Misalkan ABC suatu segitiga dengan pusat-dalam I . Suatu titik P di pedalaman segitiga memenuhi

$$\angle PBA + \angle PCA = \angle PBC + \angle PCB.$$

Tunjukkan bahawa $AP \geq AI$, dan kesamaan berlaku jika dan hanya jika $P = I$.

Masalah 2. Misalkan P suatu 2006-gon sekata. Suatu pepenjuru bagi P dinamakan *baik* jika titik-hujungnya membahagi sempadan bagi P kepada dua bahagian, yang masing-masingnya mempunyai bilangan ganjil sisi bagi P . Sisi bagi P adalah juga dinamakan *baik*.

Misalkan P telah dibelah ke dalam segitiga oleh 2003 pepenjuru, yang tiada pasangan pepenjuru mempunyai titik sepunya di dalam pedalaman bagi P . Cari bilangan maksimum segitiga sama sisi dengan dua sisi *baik* yang boleh terjadi di dalam konfigurasi tersebut.

Masalah 3. Tentukan nombor nyata terkecil M sedemikian hingga ketaksamaan

$$\left| ab(a^2 - b^2) + bc(b^2 - c^2) + ca(c^2 - a^2) \right| \leq M(a^2 + b^2 + c^2)^2$$

berlaku untuk semua nombor nyata a , b dan c .

*Masa dibenarkan: 4 jam 30 minit
Setiap masalah bernilai 7 markah*