12 lipca 2006 r.

Zadanie 1.
Punkt I jest środkiem okręgu wpisanego w trójkąt ABC. Punkt P leży wewnątrz tego trójkąta, przy czym

$$\sphericalangle PBA + \sphericalangle PCA = \sphericalangle PBC + \sphericalangle PCB.$$

Dowieść, że $AP \geqslant AI$ oraz że równość ma miejsce wtedy i tylko wtedy, gdy $P = I$.

Zadanie 2.
Niech P będzie 2006-kątem foremnym. Przekątną wielokąta P nazwiemy *dobrą*, jeśli jej końce dzielą brzeg tego wielokąta na dwie części, z których każda składa się z nieparzystej liczby boków wielokąta P. Każdy bok wielokąta P również nazwiemy *dobrym*.
Załóżmy, że wielokąt P podzielono na trójkąty przy pomocy 2003 przekątnych, z których żadne dwie nie przecinają się wewnątrz wielokąta P. Wyznaczyć największą liczbę trójkątów równoramiennych, które mogą pojawić się w takiej konfiguracji i które mają dwa dobre boki.

Zadanie 3.
Wyznaczyć najmniejszą liczbę rzeczywistą M taką, że nierówność

$$\left| ab(a^2-b^2)+bc(b^2-c^2)+ca(c^2-a^2) \right| \leqslant M\left(a^2+b^2+c^2\right)^2$$

jest spełniona dla wszystkich liczb rzeczywistych a, b oraz c.

Czas na rozwiązywanie: 4 godziny 30 minut
Za każde zadanie można otrzymać 7 punktów