



13 Julie 2006

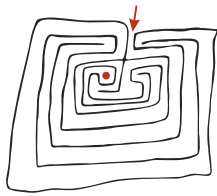
Probleem 4. Bepaal alle pare heeltalle (x, y) sodat

$$1 + 2^x + 2^{2x+1} = y^2.$$

Probleem 5. Gegee 'n polinoom P van graad n met heeltallige koëffisiënte, waar $n > 1$, en 'n positiewe heeltal k . Beskou die polinoom $Q(x) = P(P(\dots P(P(x)) \dots))$, waar P k keer voorkom. Bewys dat daar hoogstens n heeltalle t bestaan sodat $Q(t) = t$.

Probleem 6. Gegee 'n konvekse veelhoek P . Aan elke sy b van P word die grootste area van 'n driehoek toegeken wat in P lê en waarvan b 'n sy is. Bewys dat die som van die areas aan die sye toegeken, minstens twee keer so groot as die area van P is.

*Toegelate tyd: 4 uur 30 minute
Elke probleem tel 7 punte*



13 Korrik 2006

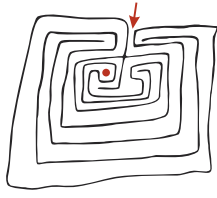
Problem 4. Gjeni të gjitha çiftet e numrave të plotë (x, y) të tillë që

$$1 + 2^x + 2^{2x+1} = y^2.$$

Problem 5. Le të jetë $P(x)$ një polinom i fuqisë $n > 1$ me koeficientë numra të plotë dhe le të jetë k një numër i plotë pozitiv. Marrim polinomin $Q(x) = P(P(\dots P(P(x)) \dots))$, ku P shfaqet k herë. Provoni që ka të shumtën n numra të plotë t të tillë që $Q(t) = t$.

Problem 6. Çdo brinje b të një shumëkëndëshi konveks P i shoqërojmë sipërfaqen më të madhe të një trekëndëshi i cili përmbahet në P dhe ka b si brinjë. Tregoni që shuma e sipërfaqeve që i shoqërohen brinjëve të P është të paktët sa dyfishi i sipërfaqes së P .

*Koha e lejuar: 4 orë e 30 minuta
Çdo problem vlerësohet me 7 pikë*



13 July 2006

السؤال الرابع :

حدد جميع الأزواج المرتبة (x,y) حيث x, y أعداد صحيحة, تحقق المعادلة

$$1+2^x + 2^{2x+1} = y^2$$

السؤال الخامس :

لتكن $P(x)$ كثيرة حدود من الدرجة n حيث $n > 1$ ومعاملاتها أعداد صحيحة, وليكن k عدد صحيح موجب. أعتبر كثيرة الحدود

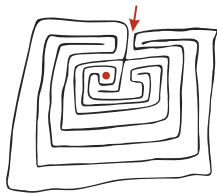
$$Q(x) = P(P(\dots P(P(x))\dots))$$
 حيث P تكررت k مره.

برهن أنه يوجد على الاكثر n من الأعداد الصحيحة t التي تثبتها كثيرة الحدود $Q(x)$, اي أن $Q(t) = t$.

السؤال السادس :

عين لكل ضلع b في المضلع المحدب P المساحة القصوى لمثلث في المضلع P يكون الضلع b احد اضلاعه.
برهن أن مجموع المساحات المعينه لجميع اضلاع المضلع تساوي على الأقل (لا تقل عن) ضعف مساحة المضلع P .

الوقت المتاح للأجابة : أربع ساعات و نصف الساعة.
لكل مسأله 7 درجات فقط.



13-Շ հավաքի 2006 թ.

Դիմար 4: Գտնել ֆունկցիա (x, y) ամբողջ թվերի զույգերը, որոնք բավարարում են

$$1 + 2^x + 2^{2x+1} = y^2$$

համապատասխան է:

Դիմար 5: Դիցուք $P(x)$ -ը n ($n > 1$) աստիճանի ամբողջ գույճակի քանակով բազմանդամ է, իսկ k -ն կանոնական դասիան ամբողջ թիվ է: Դիցարկում է

$$Q(x) = P(P(\dots P(P(x))\dots))$$

Բազմանդամը: [Այսինքն P -ն կիրառված է k անգամ:]

Ապացուցել, որ գոյություն ունի n -ից ոչ ավելի t ամբողջ թվեր այնպիսի, որ $Q(t) = t$:

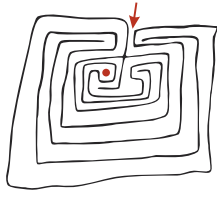
Դիմար 6: P աստիճանի բազմանդամի ֆունկցիայից Q կազմելու համապատասխանությունը յեղ է սրբում

անսահմանների շահերի անհատները: Այս անսահմանները գտնվում են P -ի ձևում և օրինակ կազմելու յեղը համարվում է Q -ի հեղ:

Ապացուցել, որ շահերի անհատները գոյություն ունենալու համապատասխանում են P -ի ֆունկցիայի կազմելու, իսկ Q -ի ֆունկցիայի կազմելու համար:

Իսկ Q ֆունկցիայի շահերի կրկնապատկից:

Այս խնդրի լուծումը 4 ժ. 30 րոպե:
 ֆունկցիայի օրինակ
 գոյություն ունի 7 խնդիր:



الخميس 13 يوليوز 2006

Language : Moroccan Arabic

التمرين 4 :

حدد جميع الأزواج (x, y) من الأعداد الصحيحة النسبية بحيث :

$$1 + 2^x + 2^{2x+1} = y^2$$

التمرين 5 :

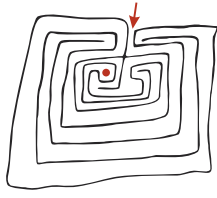
$P(x)$ حدودية درجتها n ($n > 1$) و معاملاتنا أعداد صحيحة نسبية و k عدد صحيح طبيعي غير منعدم .

نعتبر الحدودية $Q(x) = P(P(\dots P(P(x)) \dots))$ التي يظهر فيها P ، k مرة .

بين أنه يوجد على الأكثر n عددا صحيحا نسبيا t بحيث $Q(t) = t$.

التمرين 6 :

نعتبر مضلعا محدبا P و نربط كل ضلع b من هذا المضلع بالمساحة القسوية لمتلث موجود داخل P و أحد أضلاعه هو b . بين أن مجموع المساحات المرتبطة بجميع أضلاع المضلع P أكبر أو يساوي ضعف (double) مساحة المضلع P .



الخميس 13 يوليو 2006

السؤال الرابع :
حدد كل الأزواج المرتبة (س , ص) حيث س , ص تنتمي إلى مجموعة الأعداد الصحيحة والتي
تحقق :

$$ص^2 = 2^{س+2} + 2 + 1$$

السؤال الخامس :

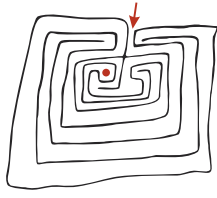
لتكن م حدودية من الدرجة ن < 1 و معاملات اعدادا صحيحة وليكن ع
اي عدد صحيح موجب . اعتبر الحدودية :
ق (س) = م (م) م (م) (س) (.....) حيث م يحدث ع
من المرات.
برهن انه يوجد على الاكثر ن من الاعداد الصحيحة ل حيث
ق (ل) = ل

السؤال السادس :

لكل ضلع ن في المضلع م نحدد اكبر مساحة للمثلث وطول ضلع من اضلاعه ن أيضا
يتواجد داخل المضلع م . برهن أن مجموع المساحات المحددة باضلاع المضلع م تساوي
على الاقل ضعف مساحة المضلع م.

7 درجات لكل سؤال

الزمن : 4 ساعات و نصف



13 iyul 2006-ci il

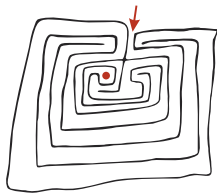
Məsələ 4. Aşağıdakı tənliyi ödəyən bütün tam (x,y) cütlərini tapın:

$$1 + 2^x + 2^{2x+1} = y^2.$$

Məsələ 5. $P(x)$ dərəcəsi $n > 1$ olan tam əmsallı çoxhədli və k istənilən müsbət tam ədəddir. $Q(x) = P(P(\dots P(P(x))\dots))$ çoxhədlisinə baxaq, burada P k dəfə təkrarlanır. İsbat edin ki, $Q(t) = t$ bərabərliyini ödəyən ən çoxu n sayda tam t ədədi var.

Məsələ 6. Verilmiş qabarıq çoxbucaqlının hər bir c tərəfinə bu çoxbucaqlının daxilində yerləşən və tərəflərindən biri c ilə üst-üstə düşən ən böyük sahəli üçbucağın sahəsi qarşı qoyulur. İsbat edin ki, bütün tərəflərə uyğun sahələrin cəmi çoxbucaqlının sahəsinin iki mislindən kiçik deyil.

*Ayrılmış vaxt: 4,5 saat
Hər məsələ 7 balla qiymətləndirilir*



13. juli 2006.

Zadatak 4. Naći sve parove (x, y) cijelih brojeva takvih da vrijedi

$$1 + 2^x + 2^{2x+1} = y^2.$$

Zadatak 5. Neka je $P(x)$ polinom stepena n ($n > 1$) sa cjelobrojnim koeficijentima i neka je k prirodan broj. Posmatrajmo polinom

$$Q(x) = P(P(\dots P(P(x))\dots)),$$

pri čemu se P pojavljuje k puta. Dokazati da postoji najviše n cijelih brojeva t takvih da je $Q(t) = t$.

Zadatak 6. Svakoј stranici b konveksnog poligona P pridružena je maksimalna površina trougla kojem je b jedna od stranica i koji je sadržan u poligonu P . Dokazati da je zbir svih površina pridruženih stranicama poligona P veći ili jednak od dvostruke površine poligona P .

*Vrijeme za rad: 4 sata i 30 minuta
Svaki zadatak vrijedi 7 bodova*



13 Юли 2006

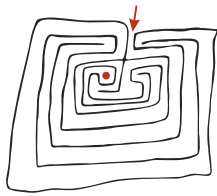
Задача 4. Да се намерят всички двойки (x, y) от цели числа, за които

$$1 + 2^x + 2^{2x+1} = y^2.$$

Задача 5. Нека $P(x)$ е полином от степен $n > 1$ с цели коефициенти и нека k е естествено число. Разглеждаме полинома $Q(x) = P(P(\dots P(P(x)) \dots))$, където P се появява k пъти. Да се докаже, че съществуват най-много n цели числа t , за които $Q(t) = t$.

Задача 6. На всяка страна b на изпъкнал многоъгълник P е съпоставено максималното лице на триъгълник със страна b , който се съдържа в P . Да се докаже, че сборът на лицата, съпоставени на страните на P е поне два пъти по-голям от лицето на P .

*Време за работа: 4 часа 30 минути
Всяка задача се оценява със 7 точки*



2006年7月13日

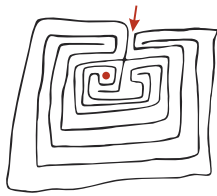
四、求所有的整数对 (x, y) ，使得

$$1 + 2^x + 2^{2x+1} = y^2.$$

五、设 $P(x)$ 为 n 次 ($n > 1$) 整系数多项式， k 是一个正整数. 考虑多项式 $Q(x) = P(P(\dots P(P(x))\dots))$ ，其中 P 出现 k 次. 证明：最多存在 n 个整数 t ，使得 $Q(t) = t$.

六、对于凸多边形 P 的任意边 b ，以 b 为边，在 P 内部作一个面积最大的三角形. 证明：对 P 的每条边，按上述方法所得三角形的面积之和至少是 P 的面积的 2 倍.

时间：4 小时 30 分钟
每题 7 分



2006 年 7 月 13 日

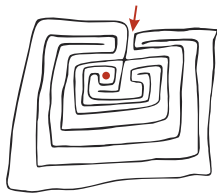
Problem 4. 試確定所有的整數對 (x, y) , 使得

$$1 + 2^x + 2^{2x+1} = y^2.$$

Problem 5. 令 $P(x)$ 為 n 次 ($n > 1$) 整係數多項式, 且令 k 為一正整數。考慮多項式 $Q(x) = P(P(\cdots P(P(x)) \cdots))$, 其中 P 出現 k 次。試證: 至多存在 n 個整數 t , 使得 $Q(t) = t$.

Problem 6. 對於凸多邊形 P 的任意邊 b , 以 b 為一邊, 在 P 內部作一個面積最大的三角形。試證: 對 P 的每一邊, 按上述方法所得的三角形面積總和至少是 P 的面積的 2 倍。

考試時間: 4 小時 30 分
每題 7 分



13. červenec 2006

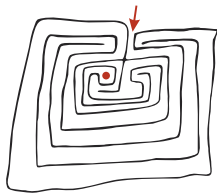
Úloha 4. Určete všechny dvojice (x, y) celých čísel, pro něž platí

$$1 + 2^x + 2^{2x+1} = y^2.$$

Úloha 5. Nechť $P(x)$ je polynom stupně $n > 1$ s celočíselnými koeficienty a k nechť je kladné celé číslo. Uvažujme polynom $Q(x) = P(P(\dots P(P(x)) \dots))$, kde P je uvažováno k -krát. Dokažte, že existuje nejvýše n celých čísel t takových, že $Q(t) = t$.

Úloha 6. Každé straně b konvexního mnohoúhelníku P přiřadíme maximální obsah trojúhelníku, který celý leží v P a jehož jedna strana je b . Dokažte, že součet obsahů přiřazených všem stranám mnohoúhelníku P je větší nebo roven než dvojnásobek obsahu mnohoúhelníku P .

*Čas na vypracování: 4 hodiny 30 minut.
Za každou úlohu je možno získat 7 bodů.*



13. juli 2006

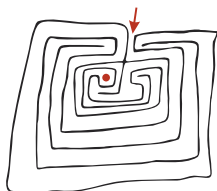
Opgave 4. Bestem alle par af heltal (x, y) sådan at:

$$1 + 2^x + 2^{2x+1} = y^2$$

Opgave 5. Lad $P(x)$ være et polynomium af grad $n > 1$ med heltallige koefficienter. Lad k være et positivt heltal. Betragt polynomiummet $Q(x) = P(P(\dots P(P(x)) \dots))$, hvor P optræder k gange. Bevis at der eksisterer højst n forskellige heltal t sådan at $Q(t) = t$.

Opgave 6. Tildel til hver kant b i et konvekst polygon P det maximale areal af en trekant liggende inde i P og med b som en kant. Vis at summen af de tildelte arealer er mindst to gange arealet af P .

*Tilladt tid: 4 timer og 30 minutter
Hver opgave er 7 point værd*



13. Juli 2006

Aufgabe 4. Man bestimme alle Paare (x, y) ganzer Zahlen, welche die folgende Gleichung erfüllen:

$$1 + 2^x + 2^{2x+1} = y^2$$

Aufgabe 5. Es sei $P(x)$ ein Polynom vom Grad n mit ganzzahligen Koeffizienten und $n > 1$. Ferner sei k eine positive ganze Zahl. Wir betrachten das Polynom

$$Q(x) = P(P(\dots P(P(x)) \dots)),$$

wobei P genau k -mal auftritt.

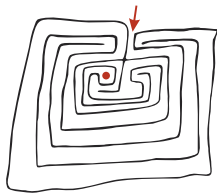
Man beweise, dass höchstens n ganze Zahlen t mit $Q(t) = t$ existieren.

Aufgabe 6. Gegeben sei ein konvexes Polygon P . Jeder Seite b von P wird das Maximum der Flächeninhalte jener Dreiecke zugeordnet, die in P liegen und die Seite b als eine ihrer Seiten haben.

Man beweise, dass die Summe der Flächeninhalte, die den Seiten von P zugeordnet wurden, mindestens doppelt so groß wie der Flächeninhalt von P ist.

Arbeitszeit: $4 \frac{1}{2}$ Stunden

Bei jeder Aufgabe können 7 Punkte erreicht werden.



13 juli 2006

Opgave 4. Bepaal alle paren gehele getallen (x, y) zodanig dat

$$1 + 2^x + 2^{2x+1} = y^2.$$

Opgave 5. Zij $P(x)$ een polynoom (veelterm) van graad $n > 1$ met gehele coëfficiënten en zij k een positief geheel getal ($k > 0$). Beschouw het polynoom

$$Q(x) = P(P(\dots P(P(x)) \dots)),$$

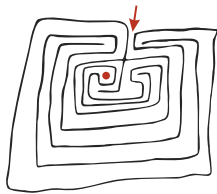
waarin P precies k keer voorkomt.

Bewijs dat er ten hoogste n gehele getallen t zijn zodanig dat $Q(t) = t$.

Opgave 6. Zij P een convexe veelhoek. Aan elke zijde b van P wordt de maximale oppervlakte toegekend van een driehoek die b als een zijde heeft en bevat is in P .

Bewijs dat de som van alle oppervlaktes die zijn toegekend aan de zijden van P ten minste tweemaal zo groot is als de oppervlakte van P .

*Beschikbare tijd: $4\frac{1}{2}$ uur
Voor iedere opgave maximaal 7 punten*



13 July 2006

Problem 4. Determine all pairs (x, y) of integers such that

$$1 + 2^x + 2^{2x+1} = y^2.$$

Problem 5. Let $P(x)$ be a polynomial of degree $n > 1$ with integer coefficients and let k be a positive integer. Consider the polynomial $Q(x) = P(P(\dots P(P(x)) \dots))$, where P occurs k times. Prove that there are at most n integers t such that $Q(t) = t$.

Problem 6. Assign to each side b of a convex polygon P the maximum area of a triangle that has b as a side and is contained in P . Show that the sum of the areas assigned to the sides of P is at least twice the area of P .

*Time allowed: 4 hours 30 minutes
Each problem is worth 7 points*



13. juuli 2006

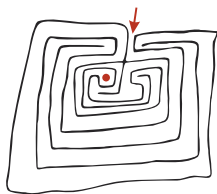
Ülesanne 4. Leia kõik sellised täisarvupaarid (x, y) , et

$$1 + 2^x + 2^{2x+1} = y^2.$$

Ülesanne 5. Olgu $P(x)$ täisarvuliste kordajatega polünoom astmega $n > 1$ ja olgu k positiivne täisarv. Vaatleme polünoomi $Q(x) = P(P(\dots P(P(x)) \dots))$, kus P esineb k korda. Tõesta, et leidub ülimalt n sellist täisarvu t , et $Q(t) = t$.

Ülesanne 6. Kumera hulknurga P igale küljele b seame vastavusse suurima pindala, mida omab mõni hulknurgas P sisalduv kolmnurk, mille üks külg on b . Näita, et P külgedele vastavusse seatud pindalade summa on vähemalt kaks korda suurem P pindalast.

*Aega on 4 tundi 30 minutit.
Iga ülesanne maksab 7 punkti.*



13. heinäkuuta 2006

Tehtävä 4. Määritä kaikki kokonaislukuparit (x, y) , jotka toteuttavat yhtälön

$$1 + 2^x + 2^{2x+1} = y^2.$$

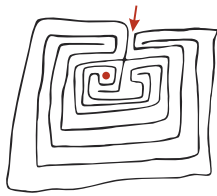
Tehtävä 5. Kokonaislukukertoimisen polynomin P aste on n , $n > 1$. Olkoon k mielivaltainen positiivinen kokonaisluku. Tarkastellaan polynomia

$$Q(x) = P(P(\dots P(P(x)) \dots)),$$

missä P esiintyy k kertaa. Todista, että on olemassa enintään n kokonaislukua t , joille pätee $Q(t) = t$.

Tehtävä 6. Liitetään jokaiseen kuperan monikulmion P sivuun b suurimman sellaisen kolmion ala, joka on kokonaan P :n sisällä ja jonka yksi sivu on b . Osoita, että kaikkiin P :n sivuihin liitettyjen alojen summa on ainakin kaksi kertaa P :n ala.

*Työaika 4 tuntia 30 minuuttia.
Jokaisen tehtävän maksimipistemäärä on 7.*



13 juillet 2006

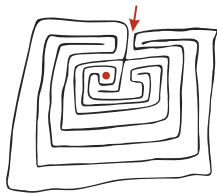
Problème 4. Trouver tous les couples (x, y) d'entiers vérifiant

$$1 + 2^x + 2^{2x+1} = y^2.$$

Problème 5. Soit $P(x)$ un polynôme à coefficients entiers, de degré $n > 1$ et k un entier strictement positif. On considère le polynôme $Q(x) = P(P(\dots P(P(x)) \dots))$, dans lequel P apparaît k fois. Montrer qu'il existe au plus n entiers t tels que $Q(t) = t$.

Problème 6. A tout côté b d'un polygone convexe P on associe le maximum de l'aire d'un triangle contenu dans P et ayant b comme côté. Montrer que la somme des aires associées à tous les côtés de P est au moins le double de l'aire de P .

*Temps accordé: 4 heures et demie
Chaque problème vaut 7 points*



13 ივნისი 2006 წელი

ამოცანა 4. იმჯერა (x, y) პარა რიყვად ყველა წყვილი, რადიკალიზირა

$$1 + 2^x + 2^{2x+1} = y^2.$$

ამოცანა 5. ვაქვად $P(x)$ შილ $n > 1$ ბინობილ შივალწივილი პილი სივრცოვებობა, ბილი K - ნილი მილი ნაქვიხაღილი რიყვი. ვინვიბილია შივალწივილი

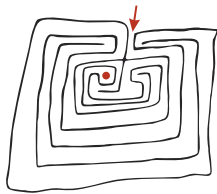
$$Q(x) = P(P(\dots P(P(x)) \dots))$$

აქ P ვამყენებოლია K - ჟი. დაბქვილია, რად შილიბილ შიყვილი n რილიბილი ილია პილი t რიყვიბილი, რადიკალიზირა $Q(t) = t$.

ამოცანა 6. ამინვიტილი P შივალქვიბილი ყივილი ბივილი შივიბილი ილილი იმ ვილიბილი შილი, რადილი აქვი სივიბილი შივიბილი P -ს შივილი და რადიკალიზირა ვილი ვივილი ვიბივილი ბ-ბ.

დაბქვილია, რად ვილიბილი ჟილი, რადილი შივიბილი P -ს ყივილი ვივილი ში შილი ნილი P -ს ვილივილი ვილიბილი.

პილიბილი ილი 46. და 306.
 ილივილი ამოცანა ვივილი 7 პილი



13 Ιουλίου 2006

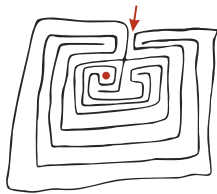
Πρόβλημα 4. Να βρεθούν όλα τα ζεύγη ακεραίων αριθμών (x,y) τέτοιων ώστε

$$1 + 2^x + 2^{2x+1} = y^2.$$

Πρόβλημα 5. Έστω $P(x)$ ένα πολυώνυμο βαθμού $n > 1$ με ακέραιους συντελεστές και έστω k ένας θετικός ακέραιος. Θεωρούμε το πολυώνυμο $Q(x) = P(P(\dots P(P(x))\dots))$, όπου το P εμφανίζεται k φορές. Να αποδειχθεί ότι υπάρχουν το πολύ n ακέραιοι t τέτοιοι ώστε $Q(t) = t$.

Πρόβλημα 6. Αντιστοιχούμε σε κάθε πλευρά b ενός κυρτού πολύγωνου P το μέγιστο εμβαδόν ενός τριγώνου το οποίο περιέχεται στο P και έχει την b ως μια πλευρά του. Να αποδειχθεί ότι το άθροισμα των εμβαδών που αντιστοιχούν στις πλευρές του P είναι τουλάχιστον διπλάσιο του εμβαδού του P .

*Διάρκεια εξέτασης: 4 ώρες και 30 λεπτά
Μέγιστη βαθμολογία κάθε προβλήματος: 7 μονάδες*



13 ביולי 2006

שאלה מספר 4.

מצא את כל הזוגות (x,y) של מספרים שלמים כך ש

$$1 + 2^x + 2^{2x+1} = y^2$$

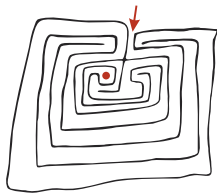
שאלה מספר 5.

יהי $P(x)$ פולינום בעל דרגה $n > 1$ ובעל מקדמים שלמים, ויהי k מספר שלם חיובי. נתבונן בפולינום $Q(x) = P(P(\dots P(P(x)) \dots))$, כאשר P מופיע k פעמים. הוכח כי קיימים לכל היותר n מספרים שלמים t כך ש $Q(t) = t$.

שאלה מספר 6.

לכל צלע b של פוליגון קמור P נשייך את השטח הגדול ביותר של משולש אשר צלע אחת שלו היא b וכולו מוכל ב- P . הוכח כי הסכום של השטחים המשוייכים לצלעות של P שווה לפחות פעמיים השטח של P .

הזמן המוקצה: ארבע שעות ו 30 דקות
כל שאלה שווה 7 נקודות



13. srpnja 2006.

Zadatak 4. Nadite sve parove (x, y) cijelih brojeva takvih da vrijedi

$$1 + 2^x + 2^{2x+1} = y^2.$$

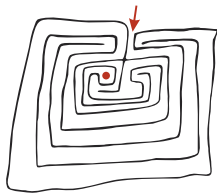
Zadatak 5. Neka je $P(x)$ polinom stupnja n , $n > 1$, sa cjelobrojnim koeficijentima i neka je k prirodan broj. Promatrajmo polinom

$$Q(x) = P(P(\dots P(P(x))\dots)),$$

pri čemu se P pojavljuje k puta. Dokažite da postoji najviše n cijelih brojeva t takvih da je $Q(t) = t$.

Zadatak 6. Svakoj stranici b konveksnog poligona P pridružena je maksimalna površina trokuta kojemu je b jedna od stranica i koji je sadržan u poligonu P . Dokažite da je zbroj svih površina pridruženih stranicama poligona P veći ili jednak od dvostruke površine poligona P .

*Vrijeme za rad: 4 sata i 30 minuta
Svaki zadatak vrijedi 7 bodova*



2006. július 13.

4. Feladat Határozzuk meg az összes olyan, egész számokból álló (x, y) számpárt, amire teljesül

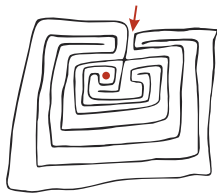
$$1 + 2^x + 2^{2x+1} = y^2.$$

5. Feladat Legyen $P(x)$ egy egész együtthatós, $n > 1$ fokú polinom, és legyen k egy pozitív egész. Tekintsük a $Q(x) = P(P(\dots P(P(x)) \dots))$ polinomot, ahol P k -szor fordul elő. Bizonyítsuk be, hogy legfeljebb n darab olyan t egész szám van, amire $Q(t) = t$.

6. Feladat Egy P konvex sokszög mindegyik b oldalához hozzárendeljük a legnagyobb területű olyan háromszög területét, aminek egyik oldala b és ami benne van P -ben. Bizonyítsuk be, hogy a P oldalaihoz rendelt területek összege legalább a kétszerese P területének.

Munkaidő: 4 és fél óra.

Mindegyik feladat helyes megoldásáért 7 pont adható.



13. júlí 2006

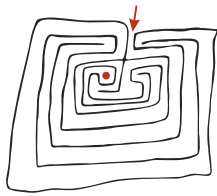
Dæmi 4. Ákvarðið öll pör (x, y) af heiltölum þannig að

$$1 + 2^x + 2^{2x+1} = y^2.$$

Dæmi 5. Látum $P(x)$ vera margliðu með heiltölustuðla af stigi $n > 1$ og látum k vera jákvæða heiltölu. Lítið á margliðuna $Q(x) = P(P(\dots P(P(x)) \dots))$, þar sem P kemur k sinnum fyrir. Sannið að í mesta lagi séu til n heiltölur t þannig að $Q(t) = t$.

Dæmi 6. Úthlutum hverri hlið b í kúptum marghyrningi P mesta mögulega flatarmál þríhyrnings sem hefur b sem hlið og liggur í P . Sýnið að summa flatarmálanna sem hliðum P er úthlutað sé að minnsta kosti tvöfalt flatarmál P .

*Tími: $4\frac{1}{2}$ klukkustundir
Hvert dæmi er sjö stiga virði*



13 luglio 2006

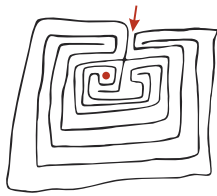
Problema 4. Determinare tutte le coppie (x, y) di interi tali che

$$1 + 2^x + 2^{2x+1} = y^2.$$

Problema 5. Sia $P(x)$ un polinomio di grado $n > 1$ con coefficienti interi e sia k un intero positivo. Consideriamo il polinomio $Q(x) = P(P(\dots P(P(x)) \dots))$, dove P compare k volte. Dimostrare che ci sono al più n interi t tali che $Q(t) = t$.

Problema 6. Assegniamo ad ogni lato b di un poligono convesso P la massima area di un triangolo che ha b come lato ed è contenuto in P . Dimostrare che la somma delle aree assegnate ai lati di P è maggiore o uguale al doppio dell'area di P .

*Tempo: 4 ore e 30 minuti
Ogni problema vale 7 punti*



2006年7月13日

問題 4. 以下の等式をみたす整数の組 (x, y) をすべて求めよ.

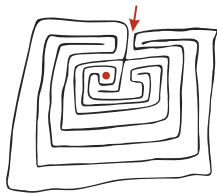
$$1 + 2^x + 2^{2x+1} = y^2$$

問題 5. $P(x)$ を次数 n ($n > 1$) の整数係数多項式とし, k を正整数とする. このとき, $Q(x) = P(P(\dots P(P(x)) \dots))$ を考える. ただし, P は k 回現れている.

$Q(t) = t$ をみたす整数 t は高々 n 個であることを示せ.

問題 6. 凸多角形 P の各辺 b に対して, b を 1 つの辺とする三角形であって P に含まれるものの面積の最大値を割りあてる. この凸多角形 P の各辺に割りあてられた面積の和は, P の面積の 2 倍以上であることを示せ.

試験時間: 4 時間 30 分
各問 7 点



2006년 7월 13일

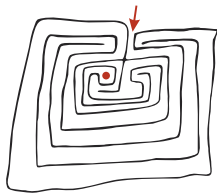
Problem 4. 다음의 방정식을 만족하는 정수쌍 (x, y) 를 모두 구하여라.

$$1 + 2^x + 2^{2x+1} = y^2.$$

Problem 5. 정수 계수를 갖는 n 차 다항식 $P(x)$ 와 임의의 양의 정수 k 에 대하여, 다항식 $Q(x) = P(P(\dots P(P(x)) \dots))$ 를 생각하자. 단, $n > 1$ 이고, P 는 k 번 나타난다. 이때, $Q(t) = t$ 를 만족하는 정수 t 의 개수는 n 개 이하임을 보여라.

Problem 6. 블록다각형 P 의 각 변 b 에 대하여, b 를 한 변으로 가지면서 P 에 포함되는 삼각형의 최대넓이를 대응시키자. 블록다각형 P 의 각 변에 대응되는 최대넓이들을 모두 더한 값은 P 의 넓이의 두 배 이상임을 보여라.

제한시간: 4시간 30분
문항당 7점



2006. gada 13. jūlijā

4. uzdevums. Noskaidrojiet, kuriem veselu skaitļu pāriem (x,y) ir spēkā vienādība

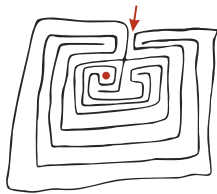
$$1 + 2^x + 2^{2x+1} = y^2.$$

5. uzdevums. Pieņemsim, ka $P(x)$ ir n -tās pakāpes polinoms ar veseliem koeficientiem, $n > 1$. Pieņemsim, ka k ir pozitīvs vesels skaitlis. Aplūkosim polinomu $Q(x) = P(P(\dots P(P(x))\dots))$, kur P parādās k reizes. Pierādiet, ka ir ne vairāk kā n tādu veselu skaitļu t , kuriem $Q(t) = t$.

6. uzdevums. Katrai izliekta daudzstūra P malai b piekārtojam maksimālo tāda trijstūra laukumu, kurš ietilpst daudzstūrī P un kuram b ir viena no malām. Pierādiet, ka visām daudzstūra P malām piekārtoto laukumu summa nav mazāka par divkārtotu daudzstūra P laukumu.

Risināšanas laiks: 4 stundas 30 minūtes

Katrs uzdevums ir 7 punktus vērts



2006 m. liepos 13 d.

4 uždavinys. Raskite visas tokias sveikųjų skaičių poras (x, y) , kad

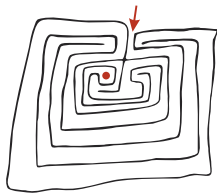
$$1 + 2^x + 2^{2x+1} = y^2.$$

5 uždavinys. Tarkime, kad $P(x)$ yra laipsnis $n > 1$ daugianaris su sveikaisiais koeficientais, o k - bet kuris natūralusis skaičius. Nuginėkime daugianarį $Q(x) = P(P(\dots P(P(x))\dots))$, kur P parašyta k kartų. Įrodykite, kad yra daugiausiai n tokių sveikųjų skaičių t , jog $Q(t) = t$.

6 uždavinys. Tūkilojo daugiakampio P kiekvienai kraštinei b priskirkime didžiausią plotą iš trikampių, turinčių kraštinę b ir esančių daugiakampyje P . Įrodykite, kad visoms daugiakampio P kraštinėms priskirtų plotų suma ne mažesni už dvigubą P plotą.

Skirtas laikas 4h 30 min

Kiekvienas uždavinys vertinamas 7 taškais



13 Јули, 2006

Задача 4. Најди ги сите парови (x, y) од цели броеви, такви да важи

$$1 + 2^x + 2^{2x+1} = y^2.$$

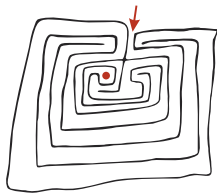
Задача 5. Нека $P(x)$ е полином од n -ти степен ($n > 1$) со цели коефициенти и нека k е природен број. Да го разгледаме полиномот

$$Q(x) = P(P(\dots P(P(x))\dots)),$$

каде P се појавува k пати. Докажи дека постојат најмногу n цели броеви t такви да $Q(t) = t$.

Задача 6. На секоја страна b на конвексен многуаголник P ѝ ја придружуваме максималната плоштина на триаголникот, на кој една од страните се совпаѓа со b и кој е содржан во P . Докажи дека збирот од сите плоштини, придружени на страните на многуаголникот, е поголема или еднаква на двојната плоштина на многуаголникот.

*Време за работа: 4 часа и 30 минути
Секоја точно решена задача се вреднува со 7 бода*



13 Julai 2006

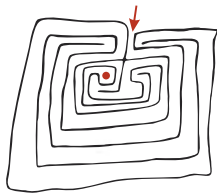
Masalah 4. Tentukan semua pasangan integer (x, y) sedemikian hingga

$$1 + 2^x + 2^{2x+1} = y^2.$$

Masalah 5. Misalkan $P(x)$ suatu polinomial berdarjah $n > 1$ dengan pekali integer dan misalkan k suatu integer positif. Pertimbangkan polinomial $Q(x) = P(P(\dots P(P(x)) \dots))$, yang P berulang k kali. Buktikan bahawa terdapat paling banyak n integer t sedemikian hingga $Q(t) = t$.

Masalah 6. Berikan kepada setiap sisi b bagi suatu poligon konveks P suatu nilai luas maksimum segitiga dengan b sebagai satu sisinya dan terkandung di dalam P . Tunjukkan bahawa hasil tambah luas yang diberikan pada semua sisi P adalah sekurang-kurangnya dua kali luas P .

*Masa dibenarkan: 4 jam 30 minit
Setiap masalah bernilai 7 markah*



2006 оны 7 сарын 13

Бодлого 4. $1 + 2^x + 2^{2x+1} = y^2$

байх бүхэл тооны бүх хос (x, y) -г ол.

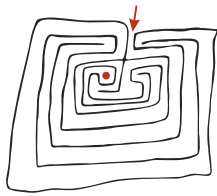
Бодлого 5. $P(x)$ бүхэл коэффициенттой $n > 1$ зэргийн олон гишүүнт ба k гурван натурал тоо байг.

$$Q(x) = P(P(\dots P(P(x))\dots))$$

олон гишүүнтийг авч (энд P к удаа орсон). $Q(t) = t$ байх бүхэл тоо t n -ээс ихгүй оршиж байхыг батал.

Бодлого 6. Гурван олон гишүүнт P -ийн b тал бүрт, n тал нь b -ийг давцгаах P -г агуулагдах гурвалжуудын талбайн хамгийн ихийг харгалзуул. P -ийн бүх талуудад харгалзах талбайнуудын нийлбэр, P -ийн талбайн хоёр дахин айнаас багатай гэм батал.

Бодогч хураанаас: 4 цаг 30 минут
 Бодлого бүр 7 оноо



13. juli 2006

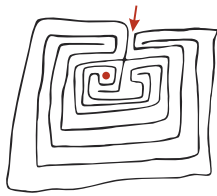
Oppgave 4. Bestem alle par av heltall (x, y) slik at

$$1 + 2^x + 2^{2x+1} = y^2.$$

Oppgave 5. La $P(x)$ være et polynom av grad $n > 1$ med heltallige koeffisienter, og la k være et positivt heltall. Betrakt polynomet $Q(x) = P(P(\dots P(P(x)) \dots))$, med P skrevet k ganger. Vis at det finnes høyst n forskjellige heltall t slik at $Q(t) = t$.

Oppgave 6. Til hver side b av et konvekst polygon P tilegnes det maksimale arealet av trekanter inneholdt i P og med b som en av sidene. Vis at summen av disse tilegnede arealene er minst det dobbelte av arealet til P .

*Tid til disposisjon: 4 timer og 30 minutter
Hver oppgave er verdt 7 poeng*



۱۳ جولای ۲۰۰۶

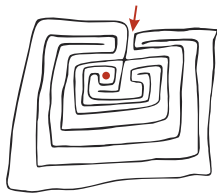
مساله ۴. همه زوج های صحیح (x, y) را بیابید که

$$1 + 2^x + 2^{2x+1} = y^2.$$

مساله ۵. فرض کنید $P(x)$ یک چند جمله ای از درجه $1 < n$ با ضرایب صحیح و k یک عدد صحیح مثبت باشد. چند جمله ای $Q(x) = P(P(\dots P(P(x)) \dots))$ را در نظر بگیرید که P در آن k بار ظاهر می شود. ثابت کنید حداکثر n عدد صحیح t وجود دارد به طوری که $Q(t) = t$.

مساله ۶. به هر ضلع b از یک چند ضلعی محدب P ، بیشترین مساحت مثلثی را نسبت می دهیم که b را به عنوان ضلع دارد و در P قرار گرفته است. نشان دهید مجموع مساحت های نسبت داده شده به اضلاع P ، حداقل دو برابر مساحت P است.

زمان: چهار ساعت و نیم
هر مساله هفت امتیاز دارد



13 lipca 2006 r.

Zadanie 4.

Wyznaczyć wszystkie pary (x, y) liczb całkowitych, dla których

$$1 + 2^x + 2^{2x+1} = y^2.$$

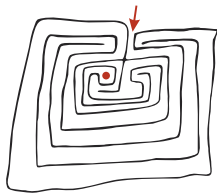
Zadanie 5.

Niech $P(x)$ będzie wielomianem stopnia $n > 1$ o współczynnikach całkowitych oraz niech k będzie dodatnią liczbą całkowitą. Rozpatrujemy wielomian $Q(x) = P(P(\dots P(P(x)) \dots))$, gdzie P występuje k razy. Wykazać, że istnieje co najwyżej n takich liczb całkowitych t , że $Q(t) = t$.

Zadanie 6.

Każdemu bokowi b wypukłego wielokąta P przyporządkowujemy największe pole trójkąta, którego jednym z boków jest odcinek b i który jest zawarty w wielokącie P . Udowodnić, że suma pól przyporządkowanych bokom wielokąta P jest nie mniejsza od podwojonego pola wielokąta P .

*Czas na rozwiązywanie: 4 godziny 30 minut
Za każde zadanie można otrzymać 7 punktów*



13 de Julho de 2006

Problema 4. Determine todos os pares de inteiros (x, y) tais que

$$1 + 2^x + 2^{2x+1} = y^2.$$

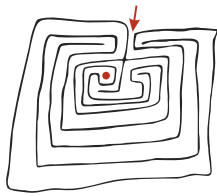
Problema 5. Seja $P(x)$ um polinómio de grau $n > 1$ com coeficientes inteiros e seja k um inteiro positivo. Considere o polinómio

$$Q(x) = P(P(\dots P(P(x)) \dots)),$$

onde P aparece k vezes. Prove que existem no máximo n inteiros t tais que $Q(t) = t$.

Problema 6. A cada lado b de um polígono convexo P associa-se a maior das áreas dos triângulos contidos em P que têm b como um dos lados. Prove que a soma das áreas associadas a todos os lados de P é pelo menos o dobro da área de P .

*Duração da prova: 4 horas e 30 minutos.
Cada problema vale 7 pontos.*



13 Iulie 2006

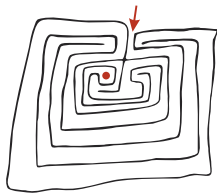
Problema 4. Determinați toate perechile (x, y) de numere întregi astfel încât

$$1 + 2^x + 2^{2x+1} = y^2.$$

Problema 5. Fie $P(x)$ un polinom de grad $n > 1$ cu coeficienți numere întregi și fie k un număr natural nenul. Considerăm polinomul $Q(x) = P(P(\dots P(P(x)) \dots))$, unde P apare de k ori. Demonstrați că există cel mult n numere întregi t astfel încât $Q(t) = t$.

Problema 6. Fie P un poligon convex. Asociem fiecărei laturi b a lui P aria maximă a unui triunghi conținut în P și în care una dintre laturi este b . Arătați că suma ariilor asociate laturilor poligonului P este cel puțin egală cu dublul ariei poligonului P .

*Timp de lucru: 4 ore și 30 de minute
Fiecare problemă este notată cu 7 puncte*



13 июля 2006 года

Задача 4. Найдите все пары (x, y) целых чисел такие, что

$$1 + 2^x + 2^{2x+1} = y^2.$$

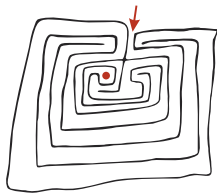
Задача 5. Пусть $P(x)$ – многочлен степени $n > 1$ с целыми коэффициентами, k – произвольное натуральное число. Рассмотрим многочлен

$$Q(x) = P(P(\dots P(P(x)) \dots))$$

(здесь P применен k раз). Докажите, что существует не более n целых чисел t таких, что $Q(t) = t$.

Задача 6. Каждой стороне b выпуклого многоугольника P поставлена в соответствие наибольшая из площадей треугольников, содержащихся в P , одна из сторон которых совпадает с b . Докажите, что сумма площадей, соответствующих всем сторонам P , не меньше удвоенной площади многоугольника P .

*Время работы: 4 часа 30 минут
Каждая задача оценивается в 7 баллов*



13 ජූලි 2006

උදාහරණ 4. $1 + 2^x + 2^{2x+1} = y^2$ වන සමීකරණයේ නිඛිල සඳහා
 (x, y) සොයන්න.

උදාහරණ 5. $P(x)$ යනු ඉතාමත් කුඩා $n > 1$ වන නිඛිල සංගුණක
 සහිත බහුඅස්ථාන k යනු මෙම නිඛිලයන්ගේ එකතුව. P k
 වරක් යොමු කරන $Q(x) = P(P(\dots P(P(x)) \dots))$ බහුඅස්ථාන සඳහා
 සලකන්න. $Q(t) = t$ වන නිඛිල t වලින් වැඩිම වශයෙන් n ගණනක්
 ඇති බවට පෙන්වන්න.

උදාහරණ 6. P ශ්‍රේණි බහුඅස්ථාන k නම් මෙහි මූලයන්
 එකතුව k වන බවට පෙන්වන්න. P බහුඅස්ථාන k වන නිඛිල
 සහිත බහුඅස්ථාන k වන නිඛිලයක් වන P බහුඅස්ථාන k වන
 නිඛිලයක් වන බවට පෙන්වන්න. P හි
 මූලයන් වන බවට පෙන්වන්න. මෙහි සාක්ෂි ප්‍රකාශනයන්
 P හි බවට පෙන්වන්න. මෙහි මූලයන් වන බවට පෙන්වන්න.

කාලය : ජූලි 4 වනිනිදි 30
 උදාහරණ 4 සඳහා 75 ලකුණක්.



13. júl 2006

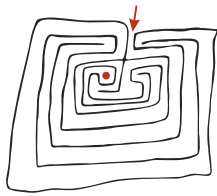
Úloha 4. Určte všetky dvojice (x, y) celých čísel takých, že

$$1 + 2^x + 2^{2x+1} = y^2.$$

Úloha 5. Nech $P(x)$ je polynóm stupňa $n > 1$ s celočíselnými koeficientmi a nech k je kladné celé číslo. Uvažujme polynóm $Q(x) = P(P(\dots P(P(x)) \dots))$, kde P sa vyskytuje k -krát. Dokážte, že existuje najviac n celých čísel t takých, že $Q(t) = t$.

Úloha 6. Každéj strane b konvexného mnohouholníka P priradíme maximálny obsah trojuholníka, ktorého jedna strana je b a ktorý je obsiahnutý v P . Dokážte, že súčet obsahov priradených všetkým stranám mnohouholníka P je aspoň dvojnásobkom obsahu mnohouholníka P .

*Čas na vypracovanie: 4 hodiny 30 minút.
Za každú úlohu možno získať 7 bodov.*



13. julij 2006

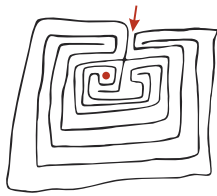
Naloga 4. Določi vse pare celih števil (x, y) , za katere velja

$$1 + 2^x + 2^{2x+1} = y^2.$$

Naloga 5. Naj bo $P(x)$ polinom stopnje n , $n > 1$, s celoštevilskimi koeficienti in naj bo k pozitivno celo število. Oglejmo si polinom $Q(x) = P(P(\dots P(P(x)) \dots))$, kjer se P pojavi k -krat. Dokaži, da obstaja največ n takšnih celih števil t , za katere velja $Q(t) = t$.

Naloga 6. Vsaki stranici b konveksnega večkotnika P priredimo največjo izmed ploščin trikotnikov, ki so vsebovani v P in katerih ena od stranic se ujema z b . Dokaži, da je vsota ploščin, ki so prirejene stranicam večkotnika P , vsaj dvakratnik ploščine večkotnika P .

*Čas reševanja: 4 ure in 30 minut.
Vsaka naloga je vredna 7 točk.*



13 de julio de 2006

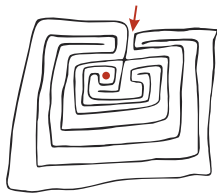
Problema 4. Determine todas las parejas de enteros (x, y) tales que

$$1 + 2^x + 2^{2x+1} = y^2.$$

Problema 5. Sea $P(x)$ un polinomio de grado $n > 1$ con coeficientes enteros y sea k un entero positivo. Considere el polinomio $Q(x) = P(P(\dots P(P(x)) \dots))$, donde P aparece k veces. Demuestre que hay a lo sumo n enteros t tales que $Q(t) = t$.

Problema 6. Asignamos a cada lado b de un polígono convexo P el área máxima que puede tener un triángulo que tiene a b como uno de sus lados y que está contenido en P . Demuestre que la suma de las áreas asignadas a los lados de P es mayor o igual que el doble del área de P .

*Tiempo permitido: 4 horas 30 minutos
Cada problema vale 7 puntos.*



13. јули 2006.

Задатак 4. Одредите све парове (x, y) цијелих бројева такве да је

$$1 + 2^x + 2^{2x+1} = y^2.$$

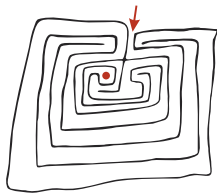
Задатак 5. Нека је $P(x)$ полином степена n ($n > 1$) са цијелим коефицијентима и нека је k природан број. Посматрајмо полином

$$Q(x) = P(P(\dots P(P(x))\dots)),$$

гдје се P појављује k пута. Докажите да постоји највише n цијелих бројева t таквих да је $Q(t) = t$.

Задатак 6. Свакој страници b конвексног полигона P придружимо највећу површину троугла који је садржан у P и чија је једна страница b . Докажите да је збир свих површина придружених страницама полигона P већи или једнак од двоструке површине полигона P .

*Вријеме за рад: 4 часа и 30 минута
Сваки задатак вриједи 7 бодова*



13. јули 2006.

Задатак 4. Одредите све парове (x, y) целих бројева такве да је

$$1 + 2^x + 2^{2x+1} = y^2.$$

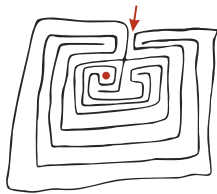
Задатак 5. Нека је $P(x)$ полином степена n ($n > 1$) са целим коефицијентима и нека је k природан број. Посматрамо полином

$$Q(x) = P(P(\dots P(P(x))\dots)),$$

где се P појављује k пута. Докажите да постоји највише n целих бројева t таквих да је $Q(t) = t$.

Задатак 6. Свакој страници b конвексног полигона P придружимо највећу површину троугла који је садржан у P и чија је једна страница b . Докажите да збир свих површина придружених страницама полигона P није мањи од двоструке површине полигона P .

*Дозвољено време за рад: 4 часа и 30 минута
Сваки задатак се бодује са 7 поена*



Den 13 juli 2006

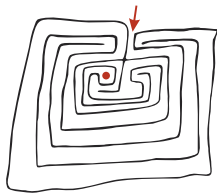
Problem 4. Bestäm alla heltalspar (x, y) sådana att

$$1 + 2^x + 2^{2x+1} = y^2.$$

Problem 5. Låt $P(x)$ vara ett polynom av grad n , $n > 1$, med heltalskoefficienter och låt k vara ett positivt heltal. Betrakta polynomet $Q(x) = P(P(\dots P(P(x)) \dots))$, där P förekommer k gånger. Visa att det finns som mest n heltal t sådana att $Q(t) = t$.

Problem 6. Låt P vara en konvex polygon. Till varje sida b av P tilldelas den maximala arean av en triangel som har b som en av sina sidor och som ligger inuti P . Visa att summan av areor som tilldelades polygonens alla sidor är minst två gånger arean av P .

*Tillåten tid: 4 timmar 30 minuter
För varje uppgift kan man få upp till 7 poäng*



วันที่ ๑๓ กรกฎาคม ๒๕๔๙

โจทย์ข้อที่ ๔ จงหาคู่อันดับจำนวนเต็ม (x, y) ทั้งหมดซึ่ง

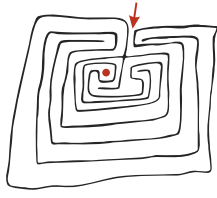
$$1 + 2^x + 2^{2x+1} = y^2$$

โจทย์ข้อที่ ๕ ให้ $P(x)$ เป็นพหุนามดีกรี $n > 1$ ที่มีสัมประสิทธิ์เป็นจำนวนเต็มและให้ k เป็นจำนวนเต็มบวก พิจารณาพหุนาม $Q(x) = P(P(\dots P(P(x))\dots))$ เมื่อมี P ทั้งหมด k ตัว จงพิสูจน์ว่ามีจำนวนเต็ม t อย่างมาก n ตัวซึ่ง $Q(t) = t$

โจทย์ข้อที่ ๖ กำหนดจำนวนจริงให้แต่ละด้าน b ของรูปหลายเหลี่ยมมุม P โดยที่จำนวนจริงดังกล่าวมีค่าเท่ากับพื้นที่ที่มากที่สุดของรูปสามเหลี่ยมซึ่งอยู่ภายใน P และมี b เป็นด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยม จงแสดงว่าผลรวมของพื้นที่ทั้งหมดที่กำหนดให้กับด้านของ P มีค่าอย่างน้อยสองเท่าของพื้นที่ของ P

เวลาที่ให้: ๔ ชั่วโมง ๓๐ นาที

โจทย์แต่ละข้อมี ๗ คะแนน



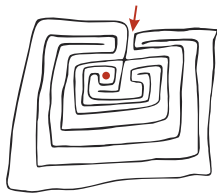
13 Temmuz 2006

Problem 4. $1 + 2^x + 2^{2x+1} = y^2$ eşitliğini sağlayan tüm (x, y) tam sayı ikililerini belirleyiniz.

Problem 5. Katsayıları tam sayı ve derecesi $n > 1$ olan bir $P(x)$ polinomu ile bir $k > 0$ tam sayısı veriliyor. $Q(x) = P(P(\dots P(P(x))\dots))$, P nin k kez kullanılmasıyla tanımlanan polinom olmak üzere, $Q(t) = t$ eşitliğini sağlayan t tam sayılarının sayısının en fazla n olacağını ispatlayınız.

Problem 6. Dışbükey bir P çokgeninin her b kenarına, çokgenin dışına taşmayan ve kenarlarından birisi b olan üçgenlerin sahip olabileceği en büyük alan değeri karşı tutuluyor. P nin tüm kenarlarına karşı tutulan değerler toplamının, P nin alanının iki katından küçük olamayacağını gösteriniz.

*Süre 4,5 saattir.
Her problem 7 puandır.*



Задача 4. Знайдіть усі пари (x, y) цілих чисел такі, що

$$1 + 2^{2x} + 2^{2x+1} = y^2.$$

Задача 5. Увесь $P(x)$ – многочлен степеня $n > 1$ з цілими коефіцієнтами, k – довільне натуральне число. Розглянемо многочлен

$$Q(x) = P(P(\dots P(P(x))\dots))$$

(тут P застосовується k разів).

Доведіть, що існує не більше, ніж n цілих чисел t таких, що $Q(t) = t$.

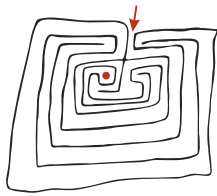
Задача 6. Жодній стороні в опуклого многокутника P поставлено у відповідність найбільшу з площ трикутників, які містяться

в P і одна із сторін яких співпадає з v .

Доведіть, що сума площ, які відповідають усім сторонам P , не менша за подвоєну площу многокутника P .

Час виконання роботи: 4 години 30 хвилин.

Жодна задача оцінюється в 7 балів.



13 iyul 2006 yil

4-masala.

$$1 + 2^x + 2^{2x+1} = y^2$$

tenglamani qanoatlantiradigan butun sonlarning barcha (x,y) juftliklarini toping.

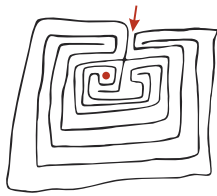
5-masala. $P(x)$ - darajasi $n > 1$ bo'lgan butun koeffitsientli ko'phad, k esa ixtiyoriy natural son bo'lsin.

$$Q(x) = P(P(\dots P(P(x)) \dots))$$

ko'phad qaralmoqda (bu yerda P k marta qo'llanilgan). $Q(t) = t$ tenglamani qanoatlantiradigan va umumiy soni n dan ko'p bo'lmagan t butun sonlarning mavjudligini isbotlang.

6-masala. Qavariq ko'pburchakning har bir b tomoniga shu ko'pburchakga tegishli va bir tomoni b bilan ustma-ust tushqan uchburchaklar yuzalaridan eng kattasi mos qo'yilgan. Ko'pburchakning barcha tomonlariga mos qo'yilgan yuzalarning yig'indisi ko'pburchak yuzining ikkilanganidan kichik emasligini isbotlang.

*Ajratilgan vaqt : 4 soat 30 minut
Har bir masala 7 ball bilan baholanadi*



Ngày 13 Tháng 7 Năm 2006

Bài 4. Tìm tất cả các cặp số nguyên (x, y) sao cho

$$1 + 2^x + 2^{2x+1} = y^2.$$

Bài 5. Cho $P(x)$ là một đa thức bậc $n > 1$ với hệ số nguyên và k là một số nguyên dương. Xét đa thức $Q(x) = P(P(\dots P(P(x)) \dots))$, trong đó P xuất hiện k lần. Chứng minh rằng có không quá n số nguyên t thỏa mãn $Q(t) = t$.

Bài 6. Gán cho mỗi cạnh b của một đa giác lồi P diện tích lớn nhất của tam giác nằm trong P và nhận b làm cạnh. Chứng minh rằng tổng tất cả các diện tích được gán cho các cạnh của đa giác lồi P không nhỏ hơn hai lần diện tích P .

*Thời gian làm bài: 4 giờ 30 phút
Mỗi bài được 7 điểm*