13. Juli 2006

Aufgabe 4. Man bestimme alle Paare (x, y) ganzer Zahlen, welche die folgende Gleichung erfüllen:

$$1 + 2^x + 2^{2x+1} = y^2$$

Aufgabe 5. Es sei $P(x)$ ein Polynom vom Grad n mit ganzzahligen Koeffizienten und $n > 1$. Ferner sei k eine positive ganze Zahl. Wir betrachten das Polynom

$$Q(x) = P(P(\ldots P(P(x))\ldots)),$$

wobei P genau k-mal auftritt.
Man beweise, dass höchstens n ganze Zahlen t mit $Q(t) = t$ existieren.

Aufgabe 6. Gegeben sei ein konvexes Polygon P. Jeder Seite b von P wird das Maximum der Flächeninhalte jener Dreiecke zugeordnet, die in P liegen und die Seite b als eine ihrer Seiten haben.
Man beweise, dass die Summe der Flächeninhalte, die den Seiten von P zugeordnet wurden, mindestens doppelt so groß wie der Flächeninhalt von P ist.

Arbeitszeit: 4 $\frac{1}{2}$ Stunden
Bei jeder Aufgabe können 7 Punkte erreicht werden.