



13 ביולי 2006

**שאלה מספר 4.**

מצא את כל הזוגות  $(x,y)$  של מספרים שלמים כך ש

$$1 + 2^x + 2^{2x+1} = y^2$$

**שאלה מספר 5.**

יהי  $P(x)$  פולינום בעל דרגה  $n > 1$  ובעל מקדמים שלמים, ויהי  $k$  מספר שלם חיובי. נתבונן בפולינום  $Q(x) = P(P(\dots P(P(x)) \dots))$ , כאשר  $P$  מופיע  $k$  פעמים. הוכח כי קיימים לכל היותר  $n$  מספרים שלמים  $t$  כך ש  $Q(t) = t$ .

**שאלה מספר 6.**

לכל צלע  $b$  של פוליגון קמור  $P$  נשייך את השטח הגדול ביותר של משולש אשר צלע אחת שלו היא  $b$  וכולו מוכל ב-  $P$ . הוכח כי הסכום של השטחים המשוייכים לצלעות של  $P$  שווה לפחות פעמיים השטח של  $P$ .

הזמן המוקצה: ארבע שעות ו 30 דקות  
כל שאלה שווה 7 נקודות