



13 luglio 2006

**Problema 4.** Determinare tutte le coppie  $(x, y)$  di interi tali che

$$1 + 2^x + 2^{2x+1} = y^2.$$

**Problema 5.** Sia  $P(x)$  un polinomio di grado  $n > 1$  con coefficienti interi e sia  $k$  un intero positivo. Consideriamo il polinomio  $Q(x) = P(P(\dots P(P(x)) \dots))$ , dove  $P$  compare  $k$  volte. Dimostrare che ci sono al più  $n$  interi  $t$  tali che  $Q(t) = t$ .

**Problema 6.** Assegniamo ad ogni lato  $b$  di un poligono convesso  $P$  la massima area di un triangolo che ha  $b$  come lato ed è contenuto in  $P$ . Dimostrare che la somma delle aree assegnate ai lati di  $P$  è maggiore o uguale al doppio dell'area di  $P$ .

*Tempo: 4 ore e 30 minuti  
Ogni problema vale 7 punti*