



13 июля 2006 года

Задача 4. Найдите все пары (x, y) целых чисел такие, что

$$1 + 2^x + 2^{2x+1} = y^2.$$

Задача 5. Пусть $P(x)$ – многочлен степени $n > 1$ с целыми коэффициентами, k – произвольное натуральное число. Рассмотрим многочлен

$$Q(x) = P(P(\dots P(P(x)) \dots))$$

(здесь P применен k раз). Докажите, что существует не более n целых чисел t таких, что $Q(t) = t$.

Задача 6. Каждой стороне b выпуклого многоугольника P поставлена в соответствие наибольшая из площадей треугольников, содержащихся в P , одна из сторон которых совпадает с b . Докажите, что сумма площадей, соответствующих всем сторонам P , не меньше удвоенной площади многоугольника P .

*Время работы: 4 часа 30 минут
Каждая задача оценивается в 7 баллов*