



13. júl 2006

Úloha 4. Určte všetky dvojice (x, y) celých čísel takých, že

$$1 + 2^x + 2^{2x+1} = y^2.$$

Úloha 5. Nech $P(x)$ je polynóm stupňa $n > 1$ s celočíselnými koeficientmi a nech k je kladné celé číslo. Uvažujme polynóm $Q(x) = P(P(\dots P(P(x)) \dots))$, kde P sa vyskytuje k -krát. Dokážte, že existuje najviac n celých čísel t takých, že $Q(t) = t$.

Úloha 6. Každéj strane b konvexného mnohouholníka P priradíme maximálny obsah trojuholníka, ktorého jedna strana je b a ktorý je obsiahnutý v P . Dokážte, že súčet obsahov priradených všetkým stranám mnohouholníka P je aspoň dvojnásobkom obsahu mnohouholníka P .

*Čas na vypracovanie: 4 hodiny 30 minút.
Za každú úlohu možno získať 7 bodov.*